Préparation au CRPE – Mathématiques

Géométrie plane : 30 exercices

Exercices d'application du chapitre « Introduction à la géométrie plane : figures et propriétés ». Quinze exercices relèvent du cycle 3, quinze du cycle 4. Chaque exercice est marqué « Savoirs » (maîtrise disciplinaire) ou « Didactique » (analyse de productions, préparation de séance). Les corrigés se trouvent en fin de document.

Conseil de travail : rédigez chaque solution comme devant un jury, en citant la propriété utilisée à chaque étape, puis comparez avec le corrigé.

Partie 1 – Exercices de cycle 3

Exercices 1 à 15

Exercice 1 – Vocabulaire des droites Savoirs

Expliquer la différence entre (AB), [AB) et [AB]. Le point C est placé sur la droite (AB), au-delà de B : appartient-il à chacun de ces trois objets ?

Exercice 2 – Cercle et diamètre Savoirs

Un cercle de centre O a un rayon de 3,5 cm.

a) Quelle est la longueur d'un diamètre ?

b) Un élève affirme : « si M et N sont sur le cercle, alors MN = 7 cm ». Qu'en pensez-vous ?

Exercice 3 – Perpendiculaires et parallèles Savoirs

Les droites (d1) et (d2) sont toutes les deux perpendiculaires à (d3).

a) Que peut-on dire de (d1) et (d2) ?

b) Une droite (d4) est perpendiculaire à (d1). Que peut-on dire de (d4) et (d2) ?

Exercice 4 – Triangle isocèle Savoirs

ABC est un triangle isocèle en A avec AB = 5 cm. Son périmètre est 16 cm.

a) Calculer BC.

b) Combien d'axes de symétrie a-t-il (BC ≠ AB) ? Lequel ?

Exercice 5 – Triangle équilatéral Savoirs

Le périmètre d'un triangle équilatéral est 27 cm.

a) Calculer la longueur d'un côté.

b) Combien a-t-il d'axes de symétrie ? Comment les obtenir par pliage ?

Exercice 6 – Existence d'un triangle Savoirs

Peut-on construire un triangle dont les côtés mesurent :

a) 5 cm, 6 cm et 10 cm ? b) 5 cm, 6 cm et 11 cm ? c) 5 cm, 6 cm et 12 cm ?

Justifier à l'aide du compas, puis en comparant les longueurs.

Exercice 7 – Programme de construction (cercle) Savoirs

Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Placer deux points A et B sur ce cercle tels que AB = 4 cm.

a) Quelle est la nature du triangle OAB ? Justifier.

b) Combien d'axes de symétrie possède-t-il ?

Exercice 8 – Rectangle et diagonales Savoirs

ABCD est un rectangle. Ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en O. On mesure AC = 9,4 cm.

Donner BD et OA en justifiant.

Exercice 9 – Losange Savoirs

Un losange a un périmètre de 28 cm.

a) Calculer la longueur de son côté.

b) Ses diagonales mesurent 8 cm et 6 cm. Que peut-on dire de leur position l'une par rapport à l'autre ? Quelles sont les longueurs de leurs demi-diagonales ?

Exercice 10 – Vrai ou faux ? Savoirs

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse et justifier.

a) Tout carré est un rectangle. b) Tout rectangle est un carré. c) Tout losange est un carré. d) Tout carré est un losange.

Exercice 11 – Axes de symétrie Savoirs

Donner le nombre d'axes de symétrie : carré, rectangle non carré, losange non carré, triangle isocèle non équilatéral, triangle équilatéral, cercle, parallélogramme quelconque.

Exercice 12 – Symétrique d'un point Savoirs

Le point A est à 3 cm de la droite (d). A' est son symétrique par rapport à (d).

a) Quelle est la distance de A' à (d) ? b) Quelle est la longueur AA' ? c) Que peut-on dire de (AA') et (d) ? d) Que devient A' si A est sur (d) ?

Exercice 13 – Programme de construction (deux cercles) Savoirs

Tracer un segment [AB] de 6 cm. Tracer le cercle de centre A et de rayon 4 cm, puis le cercle de centre B et de rayon 4 cm. Ils se coupent en C et D.

a) Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifier.

b) Est-ce un carré ? Comment le vérifier ?

Exercice 14 – Analyse de production d'élève Didactique

Un élève de CM2 déclare à propos d'un carré posé sur un sommet : « Ce n'est pas un carré, c'est un losange. »

a) Quelle est l'origine probable de cette erreur ?

b) Proposer une activité de remédiation.

Exercice 15 – Préparer une séance Didactique

Vous préparez une séance de CM1 « reconnaître et décrire un rectangle ».

a) Proposer une tâche. b) Citer deux variables didactiques. c) Proposer une trace écrite.

Partie 2 – Exercices de cycle 4

Exercices 16 à 30

Exercice 16 – Vrai ou faux avec contre-exemple Savoirs

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse. Si elle est fausse, donner un contre-exemple.

a) Un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles est un parallélogramme.

b) Un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles et égaux est un parallélogramme.

c) Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.

d) Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange.

Exercice 17 – Propriété et réciproque Savoirs

a) Énoncer la réciproque de : « si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales ont la même longueur ».

b) Cette réciproque est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 18 – Droites parallèles et angles Savoirs

Les droites (d) et (d') sont parallèles et une sécante (s) forme avec (d) un angle de 65°.

Donner la mesure des huit angles formés par (s) avec (d) et (d'), en citant les propriétés utilisées.

Exercice 19 – Somme des angles Savoirs

Dans le triangle ABC, l'angle en A mesure 50° et l'angle en B mesure 80°.

Calculer l'angle en C et donner la nature du triangle.

Exercice 20 – Triangle isocèle et angles Savoirs

a) Dans un triangle isocèle, un angle à la base mesure 35°. Calculer l'angle au sommet.

b) Dans un triangle isocèle, l'angle au sommet mesure 36°. Calculer les angles à la base.

Exercice 21 – Angle extérieur Savoirs

Dans le triangle ABC, A = 40° et B = 55°. D est un point de la demi-droite [BC) situé au-delà de C.

a) Calculer l'angle ACD.

b) Démontrer que, dans tout triangle, un angle extérieur est égal à la somme des deux angles non adjacents.

Exercice 22 – Médiatrice Savoirs

[AB] est un segment de 6 cm et I son milieu. M est un point tel que MA = MB = 5 cm.

a) Où se trouve M ? Justifier.

b) Calculer MI.

Exercice 23 – Cercle circonscrit à un triangle rectangle Savoirs

ABC est un triangle rectangle en A avec BC = 10 cm et AB = 6 cm.

a) Où est le centre O de son cercle circonscrit ? Quel est son rayon ?

b) Calculer AC.

Exercice 24 – Droite des milieux Savoirs

Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]. On donne BC = 9,6 cm.

a) Que peut-on dire de (IJ) et (BC) ? Calculer IJ.

b) Soit K le milieu de [BC]. Le périmètre de ABC est 30 cm : quel est celui du triangle IJK ?

Exercice 25 – Quadrilatère aux diagonales particulières Savoirs

ABCD est un quadrilatère dont les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O. De plus AC = BD = 8 cm et (AC) $\perp$ (BD).

Démontrer que ABCD est un carré.

Exercice 26 – Angles d'un parallélogramme Savoirs

ABCD est un parallélogramme et l'angle en A mesure 72°.

Calculer les trois autres angles en justifiant.

Exercice 27 – Agrandissement Savoirs

Un triangle a un périmètre de 9 cm et une aire de 2,5 cm². On l'agrandit avec un rapport 3.

Donner le périmètre et l'aire du triangle obtenu, puis comparer ses angles à ceux du triangle initial.

Exercice 28 – Hexagone régulier Savoirs

Un hexagone régulier est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 6 cm.

a) Quelle est la mesure d'un angle au centre ? b) Quelle est la nature d'un triangle formé de O et de deux sommets consécutifs ? c) Donner le côté et le périmètre de l'hexagone, puis la mesure d'un de ses angles.

Exercice 29 – Somme des angles d'un quadrilatère Didactique

a) Démontrer que la somme des angles d'un quadrilatère convexe vaut 360°.

b) Un élève mesure 91°, 88°, 90° et 89° dans un quadrilatère et dit : « ça ne fait pas 360°, il y a une erreur ». Que lui répondre ?

Exercice 30 – Analyse d'une copie Didactique

Un élève écrit : « ABCD a deux angles droits en A et en B, donc c'est un rectangle. »

a) Quelle est l'erreur ? Donner un contre-exemple.

b) Proposer une rédaction correcte à partir d'une hypothèse plus forte.