CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Série d'Exercices : Numération & Bases (Bases 2, 5, 12 et 16)

Exercice 1 : Conversion vers la base 10 (Décodage)

Pour convertir un nombre d'une base b vers la base 10, on utilise le développement en puissances successives de la base b.

1. $(110101)_2$ en base 10 :

$(110101)_2 = 1\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0$

$= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = \mathbf{53_{10}}$

2. $(342)_5$ en base 10 :

$(342)_5 = 3\times5^2 + 4\times5^1 + 2\times5^0$

$= 75 + 20 + 2 = \mathbf{97_{10}}$

3. $(A4)_{12}$ en base 10 (avec A = 10) :

$(A4)_{12} = A\times12^1 + 4\times12^0$

$= 10\times12 + 4 = \mathbf{124_{10}}$

4. $(2F5)_{16}$ en base 10 (avec F = 15) :

$(2F5)_{16} = 2\times16^2 + F\times16^1 + 5\times16^0$

$= 2\times256 + 15\times16 + 5 = 512 + 240 + 5 = \mathbf{757_{10}}$

Exercice 2 : Conversion depuis la base 10 (Encodage)

Pour convertir un nombre décimal (187) dans une base b, on effectue des divisions successives par b et on relève les restes de bas en haut (du dernier au premier).

1. 187_{10} en base 2 (Binaire)

- 187 ÷ 2 = 93, reste 1
- 93 ÷ 2 = 46, reste 1
- 46 ÷ 2 = 23, reste 0
- 23 ÷ 2 = 11, reste 1
- 11 ÷ 2 = 5, reste 1
- 5 ÷ 2 = 2, reste 1
- 2 ÷ 2 = 1, reste 0
- 1 ÷ 2 = 0, reste 1

Résultat (en lisant du bas vers le haut) : $(10111011)_2$

2. 187_{10} en base 5 (Pentaire)

• 187 ÷ 5 = 37, reste 2

• 37 ÷ 5 = 7, reste 2

• 7 ÷ 5 = 1, reste 2

• 1 ÷ 5 = 0, reste 1

Résultat (en lisant du bas vers le haut) : $(1222)_5$

3. 187_{10} en base 12 (Duodécimale)

• 187 ÷ 12 = 15, reste 7

• 15 ÷ 12 = 1, reste 3

• 1 ÷ 12 = 0, reste 1

Résultat (en lisant du bas vers le haut) : $(137)_{12}$

4. 187_{10} en base 16 (Hexadécimale)

• 187 ÷ 16 = 11, reste 11 (soit la lettre B)

• 11 ÷ 16 = 0, reste 11 (soit la lettre B)

Résultat (en lisant du bas vers le haut) : $(BB)_{16}$

Exercice 3 : Passages directs (Base 2 ↔ Base 16)

1. Convertir $(1110101101)_2$ directement en base 16 :
On regroupe les bits par paquets de 4 à partir de la droite (en complétant le dernier paquet par des 0 à gauche) :

• Paquet 1 (droite) : $1101_2 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13 \rightarrow$ D

• Paquet 2 (milieu) : $1010_2 = 8 + 0 + 2 + 0 = 10 \rightarrow$ A

• Paquet 3 (gauche) : $0011_2 = 0 + 0 + 2 + 1 = 3 \rightarrow 3$

Résultat : $(3AD)_{16}$

2. Convertir $(7C3)_{16}$ directement en base 2 :
On remplace chaque chiffre hexadécimal par son équivalent sur 4 bits en binaire :

• 7 → 0111

• C (12) → 1100

• 3 → 0011

Résultat : $(011111000011)_2$ ou $(11111000011)_2$

Exercice 4 : Additions en base non décimale

1. Addition en Base 2 : $(11011)_2 + (10110)_2$

Retenues :	*1*	*1*	*1*	*1*		
		1	1	0	1	1_2
+		1	0	1	1	0_2
=	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1_2**

Détail des calculs :

• 1 + 0 = 1

• 1 + 1 = 0 (pose 0, retiens 1)

• 0 + 1 + 1 (retenue) = 0 (pose 0, retiens 1)

• 1 + 0 + 1 (retenue) = 0 (pose 0, retiens 1)

• 1 + 1 + 1 (retenue) = 1 (pose 1, retiens 1)

Résultat : $(110001)_2$ (Vérification décimale : 27 + 22 = 49)

2. Addition en Base 5 : $(341)_5 + (234)_5$

Retenues :	*1*	*1*	*1*	
		3	4	1_5
+		2	3	4_5
=	**1**	**1**	**3**	**0_5**

Détail des calculs :

• Unités : 1 + 4 = 5 = 1×5 + 0 → pose 0, retiens 1

• Cinquaines : 4 + 3 + 1 (retenue) = 8 = 1×5 + 3 → pose 3, retiens 1

• Vingt-cinquaines : 3 + 2 + 1 (retenue) = 6 = 1×5 + 1 → pose 1, retiens 1

Résultat : $(1130)_5$ (Vérification décimale : 96 + 69 = 165)