CORRIGÉ OFFICIEL — 30 EXERCICES DE GÉOMÉTRIE PLANE

Préparation au CRPE Mathématiques • Cycles 3 et 4 (Disciplinaire & Didactique)

PARTIE 1 — CORRIGÉS DU CYCLE 3

Exercice 1 — Vocabulaire des droites SAVOIRS

- **Signification :** (AB) désigne la droite illimitée ; $[AB)$ la demi-droite d'origine A passant par B ; $[AB]$ le segment fini relié par A et B.
- **Appartenance de C :** Placé au-delà de B, le point C appartient à (AB) et à $[AB)$, mais n'appartient pas à $[AB]$.

Exercice 2 — Cercle et diamètre SAVOIRS

- **a) Diamètre :** Le diamètre mesure le double du rayon, soit $3{,}5 \times 2 = 7\ cm$.
- **b) Affirmation de l'élève :** Fausse. Le segment $[MN]$ est une corde. Sa longueur vaut au maximum 7 cm, et vaut exactement 7 cm uniquement si la corde passe par le centre O (c'est-à-dire s'il s'agit d'un diamètre).

Exercice 3 — Perpendiculaires et parallèles SAVOIRS

- **a) Relation (d1) et (d2) :** Elles sont parallèles (deux droites perpendiculaires à une même troisième droite sont parallèles entre elles).
- **b) Relation (d4) et (d2) :** $(d4)$ est perpendiculaire à $(d2)$ (toute droite perpendiculaire à l'une de deux droites parallèles est perpendiculaire à l'autre).

Exercice 4 — Triangle isocèle SAVOIRS

- **a) Longueur BC :** ABC est isocèle en A, donc $AC = AB = 5\ cm$. Ainsi, $BC = 16 - (5 + 5) = 6\ cm$.
- **b) Axe de symétrie :** Un seul axe de symétrie : la droite passant par A et le milieu de $[BC]$ (la médiatrice de $[BC]$).

Exercice 5 — Triangle équilatéral SAVOIRS

- **a) Longueur d'un côté :** $27 \div 3 = 9\ cm$.
- **b) Axes de symétrie :** Il en possède 3. Par pliage, on les obtient en superposant deux sommets consécutifs.

Exercice 6 — Existence d'un triangle SAVOIRS

- **a) 5 cm, 6 cm, 10 cm :** Oui, car la somme des deux plus petits côtés est strictement supérieure au plus grand ($10 < 5 + 6 = 11$).
- **b) 5 cm, 6 cm, 11 cm :** Triangle aplati ($11 = 5 + 6$). Les trois points sont alignés.
- **c) 5 cm, 6 cm, 12 cm :** Impossible ($12 > 5 + 6 = 11$). Les deux cercles de rayons 5 cm et 6 cm ne se croisent pas.

Exercice 7 — Programme de construction (cercle) SAVOIRS

- **a) Nature du triangle OAB :** $OA = OB = 4\ cm$ (rayons) et $AB = 4\ cm$. Les trois côtés ont la même longueur : OAB est un triangle équilatéral.
- **b) Axes de symétrie :** 3 axes de symétrie.

Exercice 8 — Rectangle et diagonales SAVOIRS

- $BD = 9{,}4\ cm$ car les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.
- $OA = 4{,}7\ cm$ car les diagonales se coupent en leur milieu O ($9{,}4 \div 2 = 4{,}7\ cm$).

Exercice 9 — Losange SAVOIRS

- **a) Longueur du côté :** $28 \div 4 = 7\ cm$.
- **b) Diagonales :** Elles sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. Les demi-diagonales mesurent 4 cm ($8 \div 2$) et 3 cm ($6 \div 2$).

Exercice 10 — Vrai ou faux ? SAVOIRS

- **a) Vrai :** Un carré possède 4 angles droits, c'est donc un rectangle particulier.
- **b) Faux :** Un rectangle n'a pas nécessairement 4 côtés égaux (ex. : 5 cm × 3 cm).
- **c) Faux :** Un losange n'a pas systématiquement d'angles droits.
- **d) Vrai :** Un carré a 4 côtés égaux, c'est donc un losange particulier.

Exercice 11 — Axes de symétrie SAVOIRS

- Carré : **4** | Rectangle non carré : **2** | Losange non carré : **2**
- Triangle isocèle non équilatéral : **1** | Triangle équilatéral : **3**
- Cercle : **Une infinité** | Parallélogramme quelconque : **0**

Exercice 12 — Symétrique d'un point SAVOIRS

- **a) Distance de A' à (d) :** 3 cm.
- **b) Longueur AA' :** 6 cm ($3 + 3$).
- **c) Position de (AA') et (d) :** La droite (AA') est perpendiculaire à la droite (d).
- **d) Si A est sur (d) :** $A' = A$ (le point est invariant).

Exercice 13 — Programme de construction (deux cercles) SAVOIRS

- **a) Nature de ACBD :** $AC = AD = 4\ cm$ et $BC = BD = 4\ cm$. Un quadrilatère avec 4 côtés égaux est un losange.
- **b) Est-ce un carré ?** Non, car ses diagonales $[AB]$ (6 cm) et $[CD]$ (~5,3 cm) n'ont pas la même longueur.

Exercice 14 — Analyse de production d'élève DIDACTIQUE

- **a) Origine de l'erreur :** L'élève privilégie la perception visuelle (orientation prototypique). Il oppose les figures au lieu de les inclure (un carré est aussi un losange).
- **b) Remédiation :** Faire pivoter la figure (calque ou géométrie dynamique). Faire vérifier aux instruments les 4 angles droits et les 4 côtés égaux. Proposer des tris de figures sous des orientations non standard.

Exercice 15 — Préparer une séance DIDACTIQUE

- **a) Tâche :** Tri de quadrilatères variés (rectangles, parallélogrammes non rectangles, trapèzes) avec validation à l'équerre, puis jeu du portrait.
- **b) Variables didactiques :** Orientation des figures, proportions des côtés, figures pièges, instruments autorisés.
- **c) Trace écrite :** Définition (4 angles droits), propriétés des côtés et diagonales, schéma codé.

PARTIE 2 — CORRIGÉS DU CYCLE 4

Exercice 16 — Vrai ou faux avec contre-exemple SAVOIRS

- **a) Faux :** Un trapèze a deux côtés parallèles mais n'est pas un parallélogramme.
- **b) Vrai :** C'est une propriété caractérisant un parallélogramme.
- **c) Vrai :** La somme des angles vaut 360°, le 4e angle mesure $360 - 270 = 90°$.
- **d) Faux :** Un cerf-volant non losange a des diagonales perpendiculaires sans avoir 4 côtés égaux.

Exercice 17 — Propriété et réciproque SAVOIRS

- **a) Réciproque :** « Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle ».
- **b) Validité :** Fausse. Un trapèze isocèle a des diagonales de même longueur sans être un rectangle.

Exercice 18 — Droites parallèles et angles SAVOIRS

- Les droites étant parallèles, les angles alternes-internes, correspondants et opposés par le sommet sont égaux.
- On obtient **4 angles de 65°** et **4 angles de 115°** ($180° - 65° = 115°$).

Exercice 19 — Somme des angles SAVOIRS

- $Angle\ C = 180° - 50° - 80° = 50°$.
- Les angles A et C sont égaux (50°) : le triangle ABC est **isocèle en B**.

Exercice 20 — Triangle isocèle et angles SAVOIRS

- **a) Angle au sommet :** $180° - (2 \times 35°) = 110°$.
- **b) Angles à la base :** $(180° - 36°) \div 2 = 72°$ chacun.

Exercice 21 — Angle extérieur SAVOIRS

- **a) Angle ACD :** $Angle\ ACB = 180° - (40° + 55°) = 85°$. Donc $Angle\ ACD = 180° - 85° = 95°$.
- **b) Démonstration :** $ACD = 180° - ACB$ et $A + B = 180° - ACB$. Ainsi, $ACD = A + B$.

Exercice 22 — Médiatrice SAVOIRS

- **a) Position de M :** $MA = MB = 5\ cm$, donc M est sur la médiatrice du segment $[AB]$.
- **b) Calcul de MI :** MIA est rectangle en I avec $IA = 3\ cm$. D'après Pythagore, $MI^2 = 5^2 - 3^2 = 16$, d'où $MI = 4\ cm$.

Exercice 23 — Cercle circonscrit à un triangle rectangle SAVOIRS

- **a) Centre et rayon :** O est le milieu de l'hypoténuse $[BC]$. Le rayon vaut $10 \div 2 = 5\ cm$.
- **b) Calcul de AC :** Par Pythagore dans ABC rectangle en A : $AC^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, d'où $AC = 8\ cm$.

Exercice 24 — Droite des milieux SAVOIRS

- **a) Propriétés de (IJ) :** $(IJ) // (BC)$ et $IJ = 9{,}6 \div 2 = 4{,}8\ cm$.
- **b) Périmètre de IJK :** Chaque côté mesure la moitié d'un côté de ABC, donc le périmètre vaut $30 \div 2 = 15\ cm$.

Exercice 25 — Quadrilatère aux diagonales particulières SAVOIRS

- Les diagonales ont le même milieu O → ABCD est un parallélogramme.
- Elles sont de même longueur ($AC = BD = 8\ cm$) → c'est un rectangle.
- Elles sont perpendiculaires → c'est un losange. Un rectangle-losange est un **carré**.

Exercice 26 — Angles d'un parallélogramme SAVOIRS

- $Angle\ C = 72°$ (angles opposés égaux).
- $Angle\ B = Angle\ D = 180° - 72° = 108°$ (angles consécutifs supplémentaires).

Exercice 27 — Agrandissement SAVOIRS

- **Périmètre :** Multiplié par 3 → $9 \times 3 = 27\ cm$.
- **Aire :** Multipliée par $3^2 = 9$ → $2{,}5 \times 9 = 22{,}5\ cm^2$.
- **Angles :** Les angles sont conservés (inchangés).

Exercice 28 — Hexagone régulier SAVOIRS

- **a) Angle au centre :** $360° \div 6 = 60°$.
- **b) Nature du triangle :** Triangle isocèle avec un angle de 60° → il est équilatéral.
- **c) Mesures :** Côté = 6 cm, Périmètre = 36 cm. Chaque angle intérieur vaut $2 \times 60° = 120°$.

Exercice 29 — Somme des angles d'un quadrilatère DIDACTIQUE

- **a) Preuve :** Une diagonale découpe la figure en 2 triangles (180° chacun). Somme = 360°.
- **b) Explication :** $91° + 88° + 90° + 89° = 358°$. Distinguer la valeur théorique (360°) de la mesure instrumentale sujette aux imprécisions du rapporteur.

Exercice 30 — Analyse d'une copie DIDACTIQUE

- **a) Erreur :** Deux angles droits ne suffisent pas (contre-exemple : le trapèze rectangle).
- **b) Rédaction correcte :** « ABCD a 3 angles droits en A, B et C. La somme des angles d'un quadrilatère étant de 360°, le 4e angle en D mesure $360° - 270° = 90°$. Ayant 4 angles droits, ABCD est un rectangle. »